



## 1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

**Título:** Percolación: de la transición de fase geométrica a fenómenos críticos en sistemas complejos

**Descripción general** (resumen y metodología):

La percolación es un concepto fundamental para entender fenómenos de transición de fase, con múltiples aplicaciones en física, matemáticas, ciencia de materiales, epidemiología y neurociencia. Representa una transición de fase de naturaleza geométrica, en la que emerge una estructura conectada de gran escala (macroscópica) a partir de elementos locales (microscópicos).

Este trabajo propone una introducción a los modelos más básicos de percolación en redes, permitiendo al estudiante familiarizarse con conceptos clave como invariancia de escala, fenómenos críticos y grupo de renormalización, así como la posibilidad de explorar algunas aplicaciones modernas en la frontera de la investigación actual.

Se explorarán extensiones dinámicas como la percolación dirigida (o su equivalente el "proceso de contacto", relevantes para procesos de propagación como epidemias) y, de forma opcional, se podrá abordar la construcción de Coniglio-Klein, que permite interpretar la transición de fase del modelo de Ising como una transición de percolación. Como aplicación avanzada, también se podrá estudiar la aparición de avalanchas críticas en modelos neuronales sencillos, como procesos de Hawkes o redes con neuronas excitatorias e inhibitorias, así como su relevancia para procesamiento de información en redes neuronales reales o artificiales.

**Metodología:**

Estudio teórico del modelo de percolación en redes de distintos tipos y dimensiones: definición de cúmulos, umbral crítico, distribución de tamaños, exponentes críticos, etc.

Simulaciones computacionales: generación de redes, visualización de cúmulos, estimación de parámetros críticos mediante colapso de datos y análisis de escala.

Introducción conceptual al grupo de renormalización y su aplicación al modelo de percolación.

Opcionalmente, estudio de percolación dirigida o de avalanchas neuronales con modelos sencillos, lo que permitirá adentrarse en técnicas teóricas y computacionales asociadas a procesos estocásticos.

**Tipología:** Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

**Objetivos planteados:**

Comprender el modelo de percolación y su interpretación como una transición de fase geométrica.

Estudiar propiedades críticas: distribución de cúmulos (clusters), dimensión fractal, escala de correlación, exponentes críticos y relaciones de escalado.

Introducir el grupo de renormalización en un contexto accesible y estimar exponentes críticos a partir de simulaciones.

(Opcional I) Estudiar la percolación dirigida y fenómenos dinámicos relacionados, incluyendo el análisis de avalanchas tanto desde un enfoque analítico como numérico.

(Opcional II) Explorar la construcción de Coniglio-Klein aplicada al modelo de Ising e interpretar su transición de fase desde una perspectiva percolativa.

(Opcional III) Simular avalanchas críticas en modelos neuronales mínimos y relacionar la dinámica crítica con observaciones experimentales en neurociencia.

**Bibliografía básica:**

Bibliografía básica:

D. Stauffer y A. Aharony, Introduction to Percolation Theory, Taylor & Francis (1994).

K. Christensen y N. R. Moloney, Complexity and Criticality, Imperial College Press (2005).

M. Henkel, H. Hinrichsen y S. Lübeck, Non-Equilibrium Phase Transitions Vol. 1: Absorbing Phase Transitions, Springer (2008).

R. J. Creswick, H. A. Farach y C. P. Poole Jr., Introduction to Renormalization Group Methods in Physics, Wiley-VCH (1992).

M. A. Muñoz, Colloquium: Criticality and dynamical scaling in living systems, Rev. Mod. Phys. 90, 031001 (2018).

**Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:**

Se recomienda haber cursado Física Computacional y, a ser posible, Física de los Sistemas Complejos.

**Plazas:** 1

**2. DATOS DEL TUTOR/A:**

**Nombre y apellidos:** MIGUEL ÁNGEL MUÑOZ MARTÍNEZ

**Ámbito de conocimiento/Departamento:** FÍSICA DE LA MATERIA CONDENSADA

**Correo electrónico:** mamunoz@ugr.es

**3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Ámbito de conocimiento/Departamento:**

**Correo electrónico:**

**4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):**

**Nombre y apellidos:**

**Correo electrónico:**

**Nombre de la empresa o institución:**

**Dirección postal:**

**Puesto del tutor en la empresa o institución:**

**Centro de convenio Externo:**

**5. DATOS DEL ESTUDIANTE:**

**Nombre y apellidos:** VICTOR HURTADO MUÑOZ

**Correo electrónico:** victorhurtado@correo.ugr.es