



1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Grupos categóricos. Un ejemplo de 2-categoría

Descripción general (resumen y metodología):

Descripción general

La teoría de categorías proporciona un lenguaje general de las matemáticas gracias a la abstracción que supone considerar objetos y morfismos en lugar de elementos e inclusiones. Esta abstracción permite aunar bajo un único enfoque diversas estructuras matemáticas. Este lenguaje universal ha demostrado ser un lenguaje no sólo muy potente para el álgebra, sino que gran parte del desarrollo de esta teoría bebe de la teoría de homología y homotopía. En algunos casos, podemos definir “morfismos entre morfismos” (por ejemplo, en el caso de espacios topológicos, podemos construir las homotopías entre aplicaciones continuas), dando lugar a la noción de 2-categoría.

Si a una categoría la dotamos de una operación, obtenemos una categoría con estructura que recibe el nombre de categoría monoidal. Diversas estructuras algebraicas como espacios vectoriales, grupos abelianos, R-módulos o R-álgebras pueden considerarse categorías monoidales cuando consideramos el producto tensorial como operación. Un grupo categórico se define como una categoría monoidal en la que todo objeto es invertible y todo morfismo es un isomorfismo. Los grupos categóricos constituyen una 2-categoría. Esta estructura 2-dimensional y la biequivalencia con la 2-categoría de módulos cruzados, es la que permite desarrollar un Álgebra Homológica, en dimensiones bajas, para grupos categóricos.

El objetivo fundamental de este trabajo es conocer y comprender, vía revisión bibliográfica, la noción de grupo categórico y su estructura como 2-categoría.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

Objetivos

- Estudiar y entender el concepto de categoría.
- Manejar las nociones de funtor, transformación natural y adjunción.
- Estudiar el concepto de 2-categoría
- Estudiar y comprender el concepto de categoría monoidal.
- Estudiar y comprender el concepto de grupo categórico. Construcción de la 2-categoría que define.
- Entender cómo los grupos categóricos resuelven algunos problemas relacionados con la teoría de homotopía y homología

Bibliografía básica:

Bibliografía

- [1] Borceux, F., Handbook of categorical algebra I, II, Cambridge University Press (1994)
- [2] Brown, R. Some non-abelian methods in homotopy theory and homological algebra, in Categorical Topology. Proc. Conf. Toledo, Ohio, Heldermann-Verlag, Berlin (1984), 108-146.
- [3] Garzón, A.R, Inassaridze, H, del Río, A. Derivations of categorical groups. Theory and Applications of Categories (T.A.C.) Vol 13, No. 5, 2004, pp. 86-105.
- [4] Joyal, A., Street, R., Braided monoidal categories, Macquarie Math Reports 850067 (1985)
- [5] Joyal, A., Street, R., Braided tensor categories, Advances in mathematics 102, 20-78 (1993)
- [6] Leinster, T., Basic category theory, Cambridge Studies in advanced mathematics (2014)
- [7] Mac Lane, S., Categories for the working mathematicians, Springer (1971)

[8] Norrie, K.J. Actions and automorphisms of crossed modules. Bull. Soc. Math. France, 118 (1990), 129-146.

[9] Turaev, V., Virelizier, A., Monoidal categories and Topological Quantum Field Theory, Birkhäuser (2017)

[10] Vitale, E.M. A Picard-Brauer exact sequence of categorical groups. J. Pure Applied Algebra, 175 (2002), 383-408.

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: AURORA INÉS DEL RÍO CABEZA

Ámbito de conocimiento/Departamento: ÁLGEBRA

Correo electrónico: adelrio@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos:

Correo electrónico: