



UNIVERSIDAD
DE GRANADA



FACULTAD
DE CIENCIAS

Propuesta TFG. Curso 2026/2027

GRADO: Doble Grado en Física y
Matemáticas

CÓDIGO DEL TFG: 295-012-2026/2027

1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Superficies mínimas en $\mathbb{R}^3$ y aplicaciones a la física

Descripción general (resumen y metodología):

Se pretende hacer una introducción a la teoría de superficies mínimas en $\mathbb{R}^3$, enfatizando las propiedades geométricas y analíticas básicas de estas superficies en conexión con el análisis complejo, la física y las ecuaciones en derivadas parciales. En relación con la física, estas superficies representan configuraciones de equilibrio estable donde la energía potencial debida a la tensión superficial es mínima (ley de Young-Laplace). También gobiernan la geometría de las burbujas o películas de jabón (problema de Plateau), resolviendo problemas de optimización geométrica de forma instantánea, algo que analíticamente costó siglos demostrar (Douglas y Radó en 1930). Finalmente, han tenido aplicaciones a la ingeniería y construcción al resolver problemas de optimización y equilibrio en el uso de materiales, y en nanociencia donde ciertas fases de los copolímeros de bloque se auto-organizan en estructuras que siguen la forma de superficies mínimas triplemente periódicas.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

1. Descripción físico-geométrica de las superficies de curvatura media nula.
2. Atlas isotermos y representación de Weierstrass de superficies mínimas.
3. Ejemplos clásicos de superficies mínimas.
4. Repaso de algunas aplicaciones a la Física.

Bibliografía básica:

- 1) R. Osserman. A Survey of Minimal Surfaces (Dover Phoenix Editions). Dover Publ Inc (2002),
SBN-10: 0486495140, ISBN-13: 978-0486495149
- 2) A. Alarcón, F. Forstnerič, and F. J. López. Minimal surfaces from a Complex Analytic Viewpoint.
Springer Monographs in Mathematics, Springer, Cham, 2021, xiv+428 pp. ISBN: 978-3-030-69055-7 (print); 978-3-030-69056-4 (online).
- 3) Isenberg, C. The science of Soap Films and Soap Bubbles. Dover Publications, (1992). (El mejor recurso para la parte física y experimental del Problema de Plateau).

4) Otto, F., & Rasch, B. Finding Form: Towards an Architecture of the Minimal. Edition Axel Menges, (1995).

5) Ball, P. Shapes: Nature's Patterns: A tapestry in Three Parts. Oxford University Press, (2009).

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Se trata de un trabajo de alto nivel de dificultad, preparatorio para la investigación en geometría diferencial. Son fundamentales los contenidos de las asignaturas de Curvas y Superficies, Geometría Global de Curvas y Superficies y Variedades Diferenciables (optativa) del Grado en Matemáticas.

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: FRANCISCO JOSÉ LÓPEZ FERNÁNDEZ

Ámbito de conocimiento/Departamento: GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

Correo electrónico: fjlopez@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos:

Correo electrónico: