UNIVERSIDAD DE GRANADA

FACULTAD DE CIENCIAS

Propuesta TFG. Curso 2026/2027

GRADO: Grado en Matemáticas

CÓDIGO DEL TFG: 270-106-2026/2027

1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Aproximación diofántica en la construcción de sistemas de afinación musical

Descripción general (resumen y metodología):

El trabajo estudiará los sistemas de afinación musical desde un punto de vista analítico, modelando los intervalos como números racionales positivos y utilizando el logaritmo en base 2 para medir su tamaño percibido real. Esto permite reformular la construcción de sistemas de divisiones iguales de la octava (sistemas EDO) como un problema de aproximación diofántica: aproximar ciertos números reales mediante racionales con denominador común. Se analizará en detalle el caso unidimensional, centrado en la aproximación de la quinta justa mediante fracciones continuas, lo que permite explicar la aparición del sistema de 12 divisiones de la octava (12-EDO). Se introducirán resultados clásicos como el teorema de Dirichlet y se interpretarán las denominadas "comas" como relaciones aproximadamente nulas en este modelo. La metodología combinará desarrollo teórico accesible con ejemplos concretos, poniendo especial énfasis en la interpretación de los resultados desde una perspectiva musical y matemática.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

1. Modelar los intervalos musicales como números racionales positivos y justificar el uso del logaritmo en base 2 como medida natural de su tamaño.
2. Interpretar las "comas" como vectores enteros que producen relaciones aproximadamente nulas en el modelo logarítmico.
3. Definir los sistemas EDO como aproximaciones racionales mediante el redondeo del vector logarítmico, y estudiar en detalle el caso del 12-EDO en el contexto de 5-limit.
4. Estudiar la aproximación diofántica en dimensión uno mediante fracciones continuas, aplicándola a la aproximación de la quinta justa y explicando la aparición del 12-EDO como convergente destacado.
5. Analizar otros sistemas EDO (como 19-EDO, 31-EDO o 53-EDO), comparando su comportamiento como aproximaciones y evaluando sus errores desde un punto de vista matemático.

Bibliografía básica:

Hardy, G. H.; Wright, E. M. An Introduction to the Theory of Numbers.
Khinchin, A. Ya. Continued Fractions.
Cassels, J. W. S. An Introduction to Diophantine Approximation.
R. Ortega. Modelos matemáticos.
Dummit, D. S.; Foote, R. M. Abstract Algebra (para nociones básicas de grupos y vectores enteros).
Material introductorio sobre teoría de temperamentos y afinación (selección de artículos accesibles).

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: RAFAEL ORTEGA RÍOS

Ámbito de conocimiento/Departamento: MATEMÁTICA APLICADA

Correo electrónico: rortega@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos: PEDRO SAAVEDRA ORTIZ

Ámbito de conocimiento/Departamento: ANÁLISIS MATEMÁTICO

Correo electrónico: psaavedraortiz@ugr.es

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos: ANTONIO VIVAS SOLER

Correo electrónico: antoniovivas@correo.ugr.es