



1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: La geometría del espacio-tiempo

Descripción general (resumen y metodología):

Este Trabajo Fin de Grado propone una introducción matemática a la geometría del espacio-tiempo desde el punto de vista de la geometría diferencial y la relatividad general. El objetivo principal es comprender cómo las ideas geométricas permiten describir la gravedad, no como una fuerza en el sentido clásico, sino como una manifestación de la curvatura de una variedad lorentziana.

El trabajo comenzará con una revisión de los conceptos básicos de geometría semi-riemanniana: métricas lorentzianas, geodésicas, curvatura y campos vectoriales. A continuación, se estudiará el espacio de Minkowski como modelo plano de la relatividad especial y se introducirá la formulación geométrica de la relatividad general. Finalmente, se analizarán algunos ejemplos fundamentales de espacios-tiempo, como los modelos de Schwarzschild, de Sitter, anti-de Sitter o los modelos cosmológicos de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

Objetivos

1. **Introducir al estudiante en la geometría lorentziana**, destacando las diferencias fundamentales con la geometría riemanniana clásica.
2. **Comprender el espacio de Minkowski** como modelo geométrico de la relatividad especial.
3. **Estudiar geodésicas temporales, luminosas y espaciales**, y su interpretación física como trayectorias de partículas y rayos de luz.
4. **Analizar la curvatura del espacio-tiempo** y su relación con la gravedad en la formulación geométrica de Einstein.
5. **Presentar las ecuaciones de Einstein** desde un punto de vista introductorio, explicando el significado geométrico del tensor de Ricci, la curvatura escalar y el tensor de Einstein.
6. **Estudiar ejemplos relevantes de espacios-tiempo**, como Schwarzschild, de Sitter, anti-de Sitter y modelos cosmológicos homogéneos e isótropos.
7. **Desarrollar la capacidad de leer textos matemáticos sobre relatividad general**, seleccionando resultados básicos y exponiéndolos de forma clara y rigurosa.

Bibliografía básica:

1. **B. O'Neill**, Semi-Riemannian Geometry with Applications to Relativity, Academic Press.
Referencia clásica para la geometría lorentziana y sus aplicaciones a la relatividad.
2. **R. M. Wald**, General Relativity, University of Chicago Press.
Texto fundamental de relatividad general, con un enfoque matemático sólido.
3. **S. W. Hawking y G. F. R. Ellis**, The Large Scale Structure of Space-Time, Cambridge University Press.
Referencia clásica sobre causalidad, singularidades y estructura global del espacio-tiempo.
4. **J. M. Lee**, Introduction to Riemannian Manifolds, Springer.
Útil para repasar los fundamentos de geometría diferencial y curvatura.
5. **S. Carroll**, Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity, Cambridge University Press.
Introducción clara y accesible a la relatividad general.

6. **M. P. do Carmo**, Riemannian Geometry, Birkhäuser.
Referencia básica para la parte geométrica previa.

J. K. Beem, P. E. Ehrlich y K. L. Easley, Global Lorentzian Geometry, CRC Press.

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Este TFG está dirigido a estudiantes interesados en geometría diferencial, física matemática y relatividad general. Es recomendable haber cursado asignaturas básicas de geometría diferencial, análisis matemático y ecuaciones diferenciales. No es imprescindible tener una formación previa profunda en física, aunque sí será útil cierta familiaridad con la mecánica clásica y la relatividad especial.

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: FRANCISCO MARTÍN SERRANO

Ámbito de conocimiento/Departamento: GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

Correo electrónico: fmartin@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos:

Correo electrónico: