



1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Grafos cuánticos: partículas de Schrödinger y de Dirac

Descripción general (resumen y metodología):

Un grafo métrico consiste en vértices unidos por aristas a las que se asigna una longitud. En estas aristas, consideradas como variedades unidimensionales, se definen operadores diferenciales - habitualmente de tipo Schrödinger- que, junto con condiciones de contorno apropiadas en los vértices, dan lugar a un operador autoadjunto y, por tanto, a un grafo cuántico. Si el grafo es compacto, su espectro es discreto; la presencia de aristas semi-infinitas introduce un espectro continuo asociado a estados de asintóticos y la correspondiente matriz de colisión.

Los grafos cuánticos aparecen como modelos en teoría espectral, física, química y en sistemas ondulatorios. La dinámica de una partícula en una recta con potenciales tipo delta de Dirac o tipo barrera son ejemplos de grafos con vértices de grado dos. En grafos más generales surgen cuestiones como la definición del hamiltoniano, el cálculo del espectro y la matriz S , así como la inclusión de espín, campos magnéticos o partículas relativistas.

Aunque tradicionalmente se estudian operadores de Laplace y Schrödinger, en los últimos años ha cobrado interés el operador de Dirac en grafos cuánticos. Este resulta especialmente relevante en sistemas cuasi-unidimensionales como ciertas estructuras de carbono, donde la ecuación de Dirac describe de forma efectiva las propiedades electrónicas. La incorporación de operadores de Dirac amplía el marco de los grafos cuánticos y abre nuevas vías tanto teóricas como aplicadas.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

Tras hacer una introducción al tema usando conceptos adquiridos en el Grado (función de onda, conservación de flujo de probabilidad, hermiticidad del operador hamiltoniano, teorema de descomposición espectral de operadores autoadjuntos, matriz de colisión, etc) analizar algunos ejemplos representativos en el caso no relativista, exponer la extensión de la teoría al caso de partículas de Dirac, revisando resultados relevantes existentes en la literatura.

Bibliografía básica:

- [1] V. Kostykin R. Schrader, Kirchhoff's rule for quantum wires, J. Phys. A: Math. Gen. 32 (1999) 595 <https://doi.org/10.1088/0305-4470/32/4/006>
- [2] P. Kuchment, Quantum graphs: I. Some basic structures, Waves Random Media 14 (2004) S107-S128 <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1088/0959-7174/14/1/014>
- [3] G. Berkolaiko, P. Kuchment, Introduction to Quantum Graphs, Mathematical Surveys and Monographs Vol. 186 (American Mathematical Society, Providence, RI, 2013). <https://pubs.ams.org/ebooks/surv/186/>
- [4] G. Berkolaiko, An elementary introduction to quantum graphs, "Geometric and Computational Spectral Theory" (eds: A. Girouard, D. Jakobson, M. Levitin, N. Nigam, I. Polterovich, F. Rochon), Contemp. Math. 700 (2017), AMS, pp. 41-72 <https://doi.org/10.1090/conm/700>

- [5] L. L. Salcedo, Reduction of unitary operators, quantum graphs and quantum channels, J. Phys. A: Math. Theor. 58 (2025) 035202 <https://doi.org/10.1088/1751-8121/ada2c8>
- [6] J. Bolte, J. Harrison, Spectral statistics for the Dirac operator on graphs, J. Phys. A: Math. Gen. 36 (2003) 2747 <https://doi.org/10.1088/0305-4470/36/11/307>
- [7] J. R. Yusupov, K. K. Sabirov, D. U. Matrasulov, Dirac particles on periodic quantum graphs, Phys. Rev. E 104 (2021) 014219 <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.104.014219>
- [8] J. R. Yusupov, K. K. Sabirov, Q. U. Asadov, M. Ehrhardt, D. U. Matrasulov, Dirac particles in transparent quantum graphs: Tunable transport of relativistic quasiparticles in branched structures, Phys. Rev. E 101 (2020) 062208 <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.101.062208>
- [9] J. M. Harrison, Quantum graphs with spin Hamiltonians, (Analysis on graphs and its applications, P. Exner, J. P. Keating, P. Kuchment, T. Sunada, A. Teplyaev, Eds) Proceedings of Symposia in Pure Mathematics 77 (AMS 2008) 261-277 <https://doi.org/10.48550/arXiv.0712.0869>
- [10] J. M. Harrison, T. Wey, K. Kirsten, Zeta functions of the Dirac operator on quantum graphs, J. Math. Phys. 57 (2016) 102301 <https://doi.org/10.1063/1.4964260>

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: LORENZO LUIS SALCEDO MORENO

Ámbito de conocimiento/Departamento: FÍSICA ATÓMICA, MOLECULAR Y NUCLEAR

Correo electrónico: salcedo@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos:

Correo electrónico: