UNIVERSIDAD DE GRANADA

FACULTAD DE CIENCIAS

Propuesta TFG. Curso 2026/2027

GRADO: Grado en Matemáticas

CÓDIGO DEL TFG: 270-066-2026/2027

1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Modelización de fenómenos dinámicos de crecimiento mediante procesos de difusión. Aplicaciones en economía.

Descripción general (resumen y metodología):

El desarrollo y análisis de modelos matemáticos para describir sistemas dinámicos, en particular aquellos asociados a fenómenos de crecimiento, ha atraído desde hace tiempo la atención de numerosos investigadores. Como resultado, la literatura sobre este tipo de modelos se ha vuelto tan extensa que podemos afirmar que el desarrollo de la teoría del crecimiento es, en sí mismo, un fenómeno de crecimiento. La razón principal de este boom la encontramos en la necesidad de comprender los mecanismos de evolución de los sistemas con el fin de dar una explicación a su comportamiento, permitiendo predecir el mismo sin perder de vista la posible inclusión de influencias ajenas a las variables en estudio que permitan alterar dicho comportamiento y, con ello, tener la posibilidad de controlar externamente la evolución del fenómeno en consideración. A este argumento debemos unir los innumerables campos de aplicación de estos modelos, lo cuales abarcan ramas de las ciencias físicas, biológicas y sociales, así como diversas áreas de la agricultura, la economía, la educación, la ingeniería, la medicina y la salud pública.

La inclusión de aleatoriedad en los modelos permite controlar la variabilidad determinada por factores ajenos a la variable bajo estudio, así como la propia variabilidad entre los sujetos objeto del análisis. Esta perspectiva permite diversos tipos de enfoque. Entre ellos destaca la aleatorización de las ecuaciones diferenciales ordinarias que gobiernan los modelos determinísticos, dando paso a ecuaciones diferenciales estocásticas cuya solución, bajo determinadas condiciones, son procesos de difusión.

En el contexto concreto de curvas de crecimiento surge plantearse introducir procesos de difusión que permitan modelar patrones de crecimiento de dicho tipo y cuyas características sean perfectamente conocidas, de tal forma que sea factible su empleo en el campo de las aplicaciones. No obstante, antes de llegar a ese extremo es necesario plasmar formalmente las principales características del proceso, desde su formulación (lo cual puede hacerse desde distintos puntos de vista y para lo que es necesario conocer muy bien los aspectos analíticos de la curva) hasta la obtención de su distribución y principales propiedades probabilísticas.

en este sentido, proponemos al alumno este trabajo fin de grado, proporcionándole una metodología de trabajo encaminada a la modelización de fenómenos de crecimiento mediante procesos de difusión, la cual puede ser extendida a múltiples situaciones de esta naturaleza para abordar aplicaciones prácticas concretas. Respecto a este último aspecto, uno de los campos de aplicación donde este tipo de modelos alcanzan gran importancia es el de la modelización de variables económicas. El alumno abordará esta situación mediante la aplicación de la metodología estudiada al análisis de variables de tipo económico con base en datos reales.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

- Conocer diferentes modelos determinísticos asociados a curvas de crecimiento, así como mecanismos para transformarlos en modelos basados en procesos de difusión transformados del lognormal mediante la inclusión de factores exógenos.
- Analizar las propiedades probabilísticas de los modelos de difusión construidos.
- Conocer los principales fundamentos de la inferencia en procesos de difusión y saber aplicarlos a los modelos considerados.
- Aplicar los resultados a obtenidos a ejemplos reales o simulados.

Bibliografía básica:

· Albano, G.; Giorno, V.; Román-Román, P.; Román-Román, S.; Torres-Ruiz, F. (2015). Estimating and determining the effect of a therapy on tumor dynamics by means of a modified Gompertz diffusion process. Journal of Theoretical Biology, 364, 206-219.

· Albano,G.; Giorno, V.; Román-Román, P.; Torres-Ruiz, P. (2022). Study of a general growth model. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 106100.

· Albano, G.; Barrera, A.; Giorno, V.; Román-Román, P.; Torres-Ruiz, F. (2023). First Passage and First Exit Times for diffusion processes related to a general growth curve. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 126, 107494

· Albano, G.; Barrera, A.; Giorno, V.; Torres-Ruiz, F. (2025). Inference on diffusion processes related to a general growth model. Statistics and Computing, 35:52.

· Arnold, L. (1973). Stochastic Differential Equations. Wiley.

· Barrera-García, A.J., Román-Román, P. y Torres-Ruiz, F. (2018). A hyperbolastic type-I diffusion process: Parameter estimation by means of the firefly algorithm. BioSystems, 163, 11-22.

· Barrera, A.; De la Peña Cuao, A.; Serrano-Pérez, J.J.; Torres-Ruiz, F. (2025). Estimating the Consumer Price Index using the lognormal diffusion process with exogenous factors: The Colombian case. AIMS Mathematics, 10(2), 3334-3380.

· Calin, O. (2021). An informal introduction to Stochastic Calculus with Applications. 2ª ed. World Scientific.

· Da Luz Sant'Ana, I., Román-Román, P. y Torres-Ruiz, F. (2018). The Hubbert diffusion process: estimation via simulated annealing and variable neighborhood search procedures. Application to forecasting peak oil production. Applied Stochastic Models in Business and Industry, 34, 376-394.

· Di Crescenzo, A., Paraggio y Torres-Ruiz, F. (2024). A Bertalanffy–Richards growth model perturbed by a time-dependent pattern, statistical analysis and applications. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 139, 108258.

· Di Crescenzo, A.; Musto, S.; Paraggio, P.; Torres-Ruiz, F. (2025). Special lognormal diffusion processes with binomial random catastrophes and applications to economic data. Applied Mathematical Modelling, 145, 116146.

· Iacus, S. M.; Yoshida, N. (2018). Simulation and inference for stochastic processes with YUIMA. Springer.

· Román Román, P., Romero Molina, D. y Torres Ruiz, F. (2010). A diffusion process to model generalized von Bertalanffy growth patterns: Fitting to real data. Journal of Theoretical Biology, 263(1), 59-69.

· Román-Román, P. y Torres-Ruiz, F. (2012). Modelling logistic growth by a new diffusion process: application to biologycal systems. BioSystems, 110, 8-21.

· Román-Román, P. y Torres-Ruiz, F. (2015). The nonhomogeneous lognormal diffusion process as a general process to model particular types of growth patterns. Lecture Notes of Seminario Interdisciplinare di Matematica. Vol 12, 201-219.

· Román-Román, P. y Torres-Ruiz, F. (2018). Some notes about inference for the lognormal diffusion process with exogenous factors. Mathematics, 6(5), 85.

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: FRANCISCO DE ASÍS TORRES RUIZ

Ámbito de conocimiento/Departamento: ESTADÍSTICA E INVESTIGACIÓN OPERATIVA

Correo electrónico: fdeasis@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos: GUILLERMO TOMAS FABRA VERDUGO

Correo electrónico: guillermofabra@correo.ugr.es