UNIVERSIDAD DE GRANADA

FACULTAD DE CIENCIAS

Propuesta TFG. Curso 2026/2027

GRADO: Grado en Física

CÓDIGO DEL TFG: 267-004-2026/2027

1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Estados fundamentales para la ecuación de Schrödinger no lineal estacionaria

Descripción general (resumen y metodología):

El presente trabajo se centrará en el estudio de una ecuación de Schrödinger no lineal estacionaria, entendida como un modelo elíptico asociado a la búsqueda de ondas estacionarias. El objetivo principal será analizar la existencia de soluciones de mínima energía, conocidas como estados fundamentales o ground states, los cuales desempeñan un papel central en la descripción de estados estables del sistema.

La metodología se basará en los métodos variacionales. En particular, se introducirá el funcional de energía asociado al problema y se estudiará la relación entre sus puntos críticos y las soluciones de la ecuación. Finalmente, se analizarán algunas propiedades cualitativas básicas de las soluciones obtenidas.

Como primer paso, el alumno estudiará una introducción a la ecuación de Schrödinger desde el punto de vista físico, prestando especial atención a la noción de estado estacionario y al concepto de estado fundamental o ground state. Para ello se recomienda la consulta de textos introductorios de mecánica cuántica, como Griffiths y Schroeter, así como la lectura de algunas secciones iniciales de Cazenave para conectar dicha motivación con la ecuación de Schrödinger no lineal.

En una segunda fase, el alumno revisará las herramientas básicas de análisis funcional y espacios de Sobolev necesarias para formular rigurosamente el problema. En particular, se estudiarán la noción de solución débil, las inmersiones de Sobolev y algunos resultados elementales de compacidad. Se recomienda para esta parte la lectura de los textos de Evans. Posteriormente, se introducirá el modelo estacionario objeto de estudio y se analizará su formulación variacional. El alumno estudiará el funcional de energía asociado, la relación entre puntos críticos y soluciones débiles, y la interpretación de las soluciones de mínima energía como estados fundamentales.

El trabajo se desarrollará mediante reuniones semanales con el tutor donde se discutirán los progresos, se resolverán dudas y se proveerá del material bibliográfico necesario.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

Introducir la ecuación de Schrödinger y comprender la interpretación física de las soluciones estacionarias y de los estados fundamentales.

Familiarizarse con los espacios de Sobolev y con las herramientas básicas necesarias para formular rigurosamente el problema. Estudiar la formulación débil de una ecuación de Schrödinger no lineal estacionaria.

Analizar la estructura variacional del problema mediante el funcional de energía asociado.

Comprender la noción de estado fundamental o ground state como solución no trivial de mínima energía.

Aplicar métodos variacionales para estudiar la existencia de soluciones.

Discutir algunas propiedades cualitativas de las soluciones obtenidas, como positividad y regularidad.

Bibliografía básica:

L. C. Evans, Partial Differential Equations, 2nd edition, American Mathematical Society, 2010.

D. J. Griffiths y D. F. Schroeter, Introduction to Quantum Mechanics, 3rd edition, Cambridge University Press, 2018.

M. Willem, Minimax Theorems, Birkhäuser, 1996. Referencia para métodos variacionales, puntos críticos, minimización y variedad de Nehari.

T. Cazenave, Semilinear Schrödinger Equations, Courant Lecture Notes in Mathematics, vol. 10, American Mathematical Society, 2003.

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Para el adecuado seguimiento del trabajo, se recomienda haber cursado previamente asignaturas que proporcionen una base suficiente en análisis matemático, ecuaciones diferenciales y mecánica cuántica. En particular, resultará especialmente conveniente haber cursado Mecánica Cuántica, así como las asignaturas de Métodos Matemáticos I, II y III y Física Matemática.

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: RAFAEL LÓPEZ SORIANO

Ámbito de conocimiento/Departamento: ANÁLISIS MATEMÁTICO

Correo electrónico: ralopezs@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos: DAMIR FLORES DRAZENOVIC

Correo electrónico: damirflores@correo.ugr.es