UNIVERSIDAD DE GRANADA

FACULTAD DE CIENCIAS

Propuesta TFG. Curso 2026/2027

GRADO: Grado en Matemáticas

CÓDIGO DEL TFG: 270-032-2026/2027

1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Isometrías en espacios normados

Descripción general (resumen y metodología):

* Descripción y resumen de contenidos:
Este trabajo se centra en el estudio de las isometrías (aplicaciones que preservan la distancia) entre espacios normados, un área clásica y fundamental del Análisis Funcional que conecta la geometría métrica con la estructura lineal y algebraica de los espacios de Banach. En la primera parte, se analiza el célebre Teorema de Mazur-Ulam, que establece que toda isometría sobreyectiva entre espacios normados reales es necesariamente una aplicación afín. A partir de este pilar básico, se explorarán extensiones y generalizaciones de gran relevancia, como el Teorema de Baker (para aplicaciones que no se asumen sobreyectivas de origen) y el Teorema de Mankiewicz (que extiende el resultado a isometrías definidas sobre subconjuntos convexos o abiertos). En la segunda parte del trabajo, el enfoque se desplazará hacia el ámbito de los espacios funcionales concretos, donde se caracterizará la forma explícita que adoptan las isometrías sobreyectivas. En particular, se estudiará la estructura geométrica y algebraica de las isometrías en espacios de funciones continuas (vinculado al Teorema de Banach-Stone), en espacios de funciones integrables (L^p) y en espacios de funciones holomorfas.
* Metodología:
- Repaso de los conocimientos en las materias del grado en Matemáticas necesarios para el desarrollo del TFG, fundamentalmente, Análisis Matemático I y II, Topología, Variable Compleja, Análisis Funcional.
- Estudio individual y asimilación de demostraciones sencillas de resultados destacados.
- Durante todo el tiempo se tendrán sesiones de tormenta de ideas con el responsable de la tutorización.
- Elaboración de una memoria sobre el trabajo realizado.

Tipología: Trabajos bibliográficos sobre el estado actual de una temática relacionada con el Grado.

Objetivos planteados:

1. Introducir y estudiar los conceptos básicos.
2. Estudiar, comprender y demostrar los teoremas estructurales clave: Mazur-Ulam, Baker y Mankiewicz.
3. Caracterizar y clasificar las isometrías sobreyectivas en espacios funcionales específicos de gran relevancia en el análisis matemático (funciones continuas, integrables, holomorfas...).
4. Espacios con pocas isometrías.

Bibliografía básica:

- Benyamini, Lindenstrauss; Geometric Nonlinear Functional Analysis, AMS Colloquium Publications, Providence, 2000.
- Cabello Sánchez, Molnár; Reflexivity of the isometry group of some classical spaces, Revista Mat. Iberoam 18 (2002), 409–430.
- Fleming, Jamison; Isometries on Banach spaces: function spaces, Chapman & Hall, Boca Raton, 2003.
- Fleming, Jamison; Isometries in Banach Spaces: Vector-valued Function Spaces and Operator Spaces, Volume Two, CRC Press, Boca Raton, 2007.

- Jarosz; Any Banach space has an equivalent norm with trivial isometries, Israel J. Math. 64 (1988), 49–56.
- Hoffman; Banach Spaces of Analytic Functions, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1962.
- Li; Norms, Isometries, and Isometry Groups, Amer. Math. Monthly 107 (2000), 334-340.
- Nica; The Mazur-Ulam theorem, Expo. Math. 30 (2012), 397-398.

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: MIGUEL MARTÍN SUÁREZ

Ámbito de conocimiento/Departamento: ANÁLISIS MATEMÁTICO

Correo electrónico: mmartins@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos: SAUL GALVEZ MARTINEZ

Correo electrónico: saulgmartinez9@correo.ugr.es