UNIVERSIDAD DE GRANADA

FACULTAD DE CIENCIAS

Propuesta TFG. Curso 2026/2027

GRADO: Grado en Matemáticas

CÓDIGO DEL TFG: 270-119-2026/2027

1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Polinomios Ortogonales de Sobolev. Pares coherentes.

Descripción general (resumen y metodología):

A diferencia de la ortogonalidad estándar, en el espacio de Sobolev la ortogonalidad se define mediante un producto escalar que involucra también las derivadas de las funciones. El objetivo es poder aproximar simultáneamente una función y sus derivadas. En un producto escalar estándar la mayoría de las propiedades algebraicas son consecuencia de la simetría del operador de desplazamiento asociado a la multiplicación por la variable x. Esta simetría deja de ser cierta en los productos de Sobolev y las propiedades habituales de los polinomios ortogonales dejan de verificarse.

En el contexto de la ortogonalidad Sobolev, existe un concepto especialmente interesante que es el de polinomios ortogonales asociados a pares coherentes de medidas. Este concepto fue introducido por Iserles, Koch, Norset y Sanz-Serna en 1992, proporcionando un contexto en el cual podemos relacionar los polinomios ortogonales de Sobolev con los polinomios ortogonales asociados, y por tanto deducir las propiedades de la nueva familia.

En este TFG vamos a estudiar las propiedades analíticas y algebraicas de las familias de polinomios ortogonales respecto a un producto escalar de Sobolev continuo asociado a un par coherente de medidas y analizar su comportamiento asintótico.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

1. Polinomios ortogonales asociados a medidas clásicas
2. Polinomios de Sobolev y pares coherentes de medidas
3. Clasificación de los pares coherentes de medidas
4. Estudio Asintótico y Ceros. Análisis del comportamiento de las raíces

Bibliografía básica:

1. Canuto, C., Hussaini, M. Y., Quarteroni, A., and Zangang, T. A. Spectral Methods: Fundamentals in Single Domains, 2006, Springer Berlin, Heidelberg.
2. Chihara, T. S. An Introduction to Orthogonal Polynomials, 1978, Gordon and Breach.
3. Marcellán, F., Xu, Y., On Sobolev orthogonal polynomials, Expositiones Mathematicae, 33, (2015) 308-352
4. Martínez-Finkelshtein, A., Moreno-Balcázar, J.J., Pérez, T. E., Piñar, M. A., Asymptotics of Sobolev orthogonal polynomials for coherent pairs of measures. Journal of approximation theory 92 (2), (1998) 280-293
5. Meijer, H. G., A short history of orthogonal polynomials of Sobolev type, Journal of Computational and Applied Mathematics, 99, (1998) 489-495.
6. Meijer, H. G., Coherent pairs and zeros of Sobolev-type orthogonal polynomials, Indag. Math.N.S.4(1993),163-176

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

En este TFG estudiaremos propiedades analíticas y algebraicas de las familias de polinomios ortogonales respecto a un producto escalar de Sobolev continuo asociado a un par coherente de

medidas y analizaremos su comportamiento asintótico. El trabajo está relacionado con las siguientes asignaturas de la titulación: Métodos Numéricos I y II, Análisis I y II

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: MIGUEL ÁNGEL PIÑAR GONZÁLEZ

Ámbito de conocimiento/Departamento: MATEMÁTICA APLICADA

Correo electrónico: mpinar@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos: VICTOR JOAQUIN VENERO FALCON

Correo electrónico: victorvenero@correo.ugr.es