



1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: El teorema de Hilbert

Descripción general (resumen y metodología):

La imposibilidad de deducción del quinto postulado de Euclides (postulado de las paralelas) y el nacimiento de la geometría no euclídea fue un punto de inflexión en el desarrollo de la geometría y el surgimiento de la geometría diferencial. La consistencia relativa de la geometría euclídea y la hiperbólica fue mostrada mediante la construcción de un modelo del plano hiperbólico dentro del plano euclídeo. Dicho modelo no es isométrico (aunque puede elegirse conforme).

Desde el punto de vista métrico la geometría euclídea, elíptica e hiperbólica están caracterizadas por tener como modelo a una superficie completa simplemente conexa con curvatura de Gauß constante (cero, positiva o negativa respectivamente).

En el espacio euclídeo es posible tener un modelo de la geometría euclídea: un plano afín (aunque el modelo no es único pues los cilindros generalizados también proporcionan superficies completas y llanas); así como de la geometría elíptica (una esfera, que es la única superficie completa con curvatura constante positiva, teorema de Hilbert-Liebmann). Sin embargo, no es posible tener un modelo isométrico del plano proyectivo (teorema de Hilbert): no existe ninguna superficie completa con curvatura de Gauß constante negativa en el espacio euclídeo. Sin embargo, el espacio hiperbólico sí admite modelos isométricos de los tres tipos de geometrías.

Tipología: Trabajos bibliográficos sobre el estado actual de una temática relacionada con el Grado.

Objetivos planteados:

El objetivo de esta propuesta es, por un lado, probar el teorema de Hilbert (no existen superficies completas con curvatura constante negativa en el espacio euclídeo) y por otro construir modelos de la geometría euclídea, elíptica e hiperbólica en el espacio hiperbólico.

El alumno o alumna desarrollará una demostración detallada del teorema de Hilbert. Para ello, deberá estudiar los conceptos y resultados en geometría de superficies previos no tratados en el Grado en Matemáticas que son necesarios para dar una prueba de dicho resultado. En particular, ampliará sus conocimientos sobre geodésicas y aplicación exponencial.

Bibliografía básica:

- [1] Manfredo do Carmo. Differential Geometry of Curves and Surfaces. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1976.
- [2] Michael Spivak. A Comprehensive Introduction to Differential Geometry. Vol. III, volume III. Publish or Perish, Inc., Wilmington, Del., second edition, 1979.
- [3] Michael Spivak. A Comprehensive Introduction to Differential Geometry. Vol. IV, volume IV. Publish or Perish, Inc., Wilmington, Del., second edition, 1979.

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

El trabajo tiene una fuerte componente de geometría diferencial así como de análisis luego será necesario cierta soltura en los conocimientos adquiridos en el grado sobre geometría diferencial, en especial en la asignatura de Curvas y Superficies.

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: FRANCISCO TORRALBO TORRALBO

Ámbito de conocimiento/Departamento: GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

Correo electrónico: ftorralbo@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos:

Correo electrónico: