UNIVERSIDAD DE GRANADA

FACULTAD DE CIENCIAS

Propuesta TFG. Curso 2026/2027

GRADO: Grado en Matemáticas

CÓDIGO DEL TFG: 270-004-2026/2027

1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: El Juego de la Hidra de Kirby-Paris: Incompletitud y el uso de Ordinales Transfinitos

Descripción general (resumen y metodología):

El llamado Juego de la Hidra de Kirby–Paris es un problema combinatorio formulado sobre árboles finitos en el que, una hidra se representa mediante un árbol enraizado cuyas hojas simbolizan las cabezas que pueden ser cortadas. Dependiendo de la posición de la cabeza eliminada, la hidra puede regenerarse haciendo crecer nuevas ramas, lo que genera una dinámica aparentemente contradictoria: aunque el árbol puede aumentar de tamaño tras ciertos movimientos, siempre termina siendo derrotado tras un número finito de pasos.

Para demostrar esto, usamos la asignación de ordinales transfinitos a las distintas configuraciones de la hidra. Mediante esta técnica se prueba que cada jugada produce una disminución estricta del ordinal asociado, lo que garantiza la terminación del proceso por la propiedad de buen orden de los ordinales. Además, este resultado constituye un ejemplo clásico de afirmación aritmética verdadera cuya demostración excede la fuerza de la Aritmética de Peano, conectando así con los teoremas de incompletitud de Gödel.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

1. Formalización del Juego de la Hidra como problema combinatorio sobre árboles finitos.

2. Estudio de la asignación de ordinales transfinitos a árboles y demostración de la terminación del juego.

3. Análisis del papel del ordinal y de la inducción transfinita en la demostración.

4. Relación del resultado con la Aritmética de Peano y los teoremas de incompletitud de Gödel.

Bibliografía básica:

Luca Spada. Dispense fondamenti 0.8. Apuntes de clase.
Goriunova, Olga. “Hércules contra la Hidra y la muerte del Internet”. Artnodes, 2019. Dialnet. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7146105.pdf
Math Mondays. “Hydra”. mathmondays.com.
https://mathmondays.com/hydra

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: JESÚS GARCÍA MIRANDA

Ámbito de conocimiento/Departamento: ÁLGEBRA

Correo electrónico: jesusgm@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos: MARTA RODRIGUEZ PAYAN

Correo electrónico: martarodpayan@correo.ugr.es