UNIVERSIDAD DE GRANADA

FACULTAD DE CIENCIAS

Propuesta TFG. Curso 2026/2027

GRADO: Grado en Matemáticas

CÓDIGO DEL TFG: 270-005-2026/2027

1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Estructura algebraica de los temperamentos musicales

Descripción general (resumen y metodología):

La teoría de los temperamentos musicales estudia los sistemas de afinación obtenidos al identificar determinadas relaciones entre intervalos (comas) dentro de la entonación justa. Aunque tradicionalmente se presenta en contextos musicológicos, es posible formularla mediante una modelización rigurosa utilizando teoría de grupos abelianos y
módulos sobre Z.
El grupo multiplicativo de los intervalos justos se identifica con el grupo abeliano libre de base numerable (indexada en el conjunto de los números primos), lo que permite describir los intervalos mediante vectores enteros (monzos). Al
restringir el estudio a un conjunto finito de primos (p-límites armónicos) se obtiene un modelo finito dimensional (Zn) sobre el cual los temperamentos se interpretan como cocientes por submódulos de relaciones.
El objetivo del trabajo es desarrollar de forma sistemática esta formalización algebraica, estudiar la estructura de los submódulos saturados Zn y aplicar la forma normal de Smith para analizar los cocientes resultantes. Asimismo, se formalizará la relación entre el enfoque basado en comas (submódulos) y el enfoque basado en vals (morfismos hacia grupos cíclicos) mediante el Primer Teorema de Isomorfía para módulos.
Este planteamiento permite mostrar cómo conceptos centrales del álgebra abstracta (módulos finitamente generados sobre DIPs, torsión, saturación, forma normal de Smith, sucesiones exactas) aparecen de manera natural en la descripción estructural de sistemas musicales concretos.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

Modelar la entonación justa como grupo abeliano libre y justificar su identificación con una suma directa de copias de Z.

Introducir los p-límites armónicos y el paso al modelo finito Zn.

Introducir la noción de saturación de un submódulo y demostrar que L <= Zn es saturado si, y sólo si, Zn/L es libre de torsión.
Aplicar la forma normal de Smith para determinar la estructura de cocientes, calcular bases de núcleos y clasificar los sistemas EDO (equal divisions of the octave).

Formalizar la dualidad entre submódulos de comas y morfismos val mediante el primer teorema de isomorfía.

Analizar ejemplos concretos (12-EDO, 19-EDO, 31-EDO) desde el punto de vista algebraico.

Estudiar el retículo de submódulos saturados de Zn y su interpretación como reticulo de temperamentos.

Bibliografía básica:

Dummit, D. S. & Foote, R. M. Abstract Algebra.
Hungerford, T. W. Algebra.
Cohen, H. A Course in Computational Algebraic Number Theory.
Artículos seleccionados sobre teoría matemática de temperamentos (Gene Ward Smith y otros).

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: JESÚS GARCÍA MIRANDA

Ámbito de conocimiento/Departamento: ÁLGEBRA

Correo electrónico: jesusgm@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos: PEDRO SAAVEDRA ORTIZ

Ámbito de conocimiento/Departamento: ANÁLISIS MATEMÁTICO

Correo electrónico: psaavedraortiz@ugr.es

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos: CARMEN ALCALDE PEREZ

Correo electrónico: calcaldeperez@correo.ugr.es