UNIVERSIDAD DE GRANADA

FACULTAD DE CIENCIAS

Propuesta TFG. Curso 2026/2027

GRADO: Doble Grado en Física y Matemáticas

CÓDIGO DEL TFG: 295-013-2026/2027

1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Cadena de Kitaev, topología y modos de Majorana

Descripción general (resumen y metodología):

Este proyecto estudiará la cadena de Kitaev como modelo mínimo de superconductor topológico unidimensional. El punto de partida será el álgebra de operadores fermiónicos y la construcción del hamiltoniano con salto, potencial químico y emparejamiento superconductor efectivo. A partir de ahí se obtendrá la formulación de Bogoliubov-de Gennes (BdG), que permite analizar la separación energética del sistema, la condición que distingue la fase topológica de la fase trivial y la aparición de modos de Majorana localizados en los extremos de una cadena abierta [1]. Estos resultados se pondrán en relación con la superconductividad topológica y con la conexión entre las propiedades internas del sistema y los estados de borde [2-7]. La parte computacional consistirá en simulaciones reproducibles en Python: cálculo de espectros de matrices BdG finitas, comparación de magnitudes espectrales y mapas de gap con predicciones analíticas, visualización de la localización de borde y exploración de efectos de tamaño finito y pequeñas perturbaciones del modelo. El alcance se limitará a este modelo concreto, con una metodología basada en derivaciones, revisión bibliográfica y comprobaciones numéricas.

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

1. Comprender la cadena de Kitaev como modelo físico básico de superconductor topológico unidimensional.
2. Formular el modelo con herramientas matemáticas de álgebra lineal, operadores fermiónicos y formalismo de Bogoliubov-de Gennes.
3. Analizar la relación entre espectro, fases topológicas y estados de borde, conectando la interpretación física con su descripción matemática.
4. Desarrollar algoritmos y simulaciones en Python para contrastar las predicciones teóricas, interpretar los resultados y delimitar el alcance del modelo.

Bibliografía básica:

[1] Kitaev, A. Y. (2001). Unpaired Majorana fermions in quantum wires. Physics-Uspekhi, 44(10S), 131-136. doi:10.1070/1063-7869/44/10S/S29.

[2] Alicea, J. (2012). New directions in the pursuit of Majorana fermions in solid state systems. Reports on Progress in Physics, 75, 076501. doi:10.1088/0034-4885/75/7/076501.

[3] Leijnse, M. and Flensberg, K. (2012). Introduction to topological superconductivity and Majorana fermions. Semiconductor Science and Technology, 27, 124003. doi:10.1088/0268-1242/27/12/124003.

[4] Beenakker, C. W. J. (2013). Search for Majorana fermions in superconductors. Annual Review of Condensed Matter Physics, 4, 113-136. doi:10.1146/annurev-conmatphys-030212-184337.

[5] Sato, M. and Ando, Y. (2017). Topological superconductors: a review. Reports on Progress in Physics, 80, 076501. doi:10.1088/1361-6633/aa6ac7.

[6] Asboth, J. K., Oroszlany, L. and Palyi, A. (2016). A Short Course on Topological Insulators. Springer. doi:10.1007/978-3-319-25607-8.

[7] Bernevig, B. A. and Hughes, T. L. (2013). Topological Insulators and Topological Superconductors. Princeton University Press.

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

1. Revisión bibliográfica sobre la cadena de Kitaev, la superconductividad topológica, el formalismo BdG y los modos de Majorana.
2. Estudio matemático-físico del modelo, incluyendo su hamiltoniano, sus simetrías principales y el indicador topológico que distingue sus fases.
3. Análisis de la formulación matricial del problema para cadenas finitas y periódicas, con especial atención a la separación energética y a los estados de borde.
4. Desarrollo e implementación de algoritmos en Python para calcular espectros, simular el modelo y visualizar los modos localizados en los extremos.
5. Interpretación de los resultados obtenidos, incluyendo efectos de tamaño finito, pequeñas perturbaciones del modelo, limitaciones del enfoque y redacción de la memoria final.

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: LÁZARO RENÉ IZQUIERDO FÁBREGAS

Ámbito de conocimiento/Departamento: MATEMÁTICA APLICADA

Correo electrónico: rfabregas@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos: RAUL LUNA LORENZO

Correo electrónico: rluna@correo.ugr.es