



1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Discretización espectral de modos electromagnéticos en una fibra óptica mediante transformada numérica de Hankel

Descripción general (resumen y metodología):

Las fibras ópticas se utilizan no sólo en telecomunicaciones, sino también en sensores de temperatura, deformación, presión y vibración, así como en enlaces de comunicación inmunes a interferencias electromagnéticas dentro de instalaciones industriales. Su comportamiento depende de los modos electromagnéticos que pueden propagarse por el núcleo y de la forma en que la energía queda confinada. El cálculo numérico de esos modos permite estimar índices efectivos, perfiles espaciales y condiciones de corte, y constituye una etapa básica en el análisis y selección de fibras para aplicaciones de instrumentación y control.

El trabajo se centrará en una fibra de simetría cilíndrica y bajo la aproximación escalar de guiado débil. En este contexto, la dependencia radial del campo está ligada a funciones de Bessel y puede representarse mediante una transformada numérica de Hankel. El objetivo principal será construir, implementar y evaluar una discretización espectral adaptada a la geometría de la fibra, y compararla con un método radial convencional de diferencias finitas. La fibra actuará como un caso de aplicación suficientemente realista, pero deliberadamente sencillo, para estudiar con profundidad la transformada y sus propiedades numéricas.

La metodología se organizará en tres bloques:

- Formulación y verificación de la transformada. Se estudiará la transformada de Hankel continua y se seleccionará una formulación discreta o cuasidiscreta de orden entero basada en los ceros de las funciones de Bessel. Se analizarán la elección de nodos y pesos, la normalización, la inversión, la ortogonalidad y la influencia del radio de truncamiento. La implementación se verificará mediante funciones de prueba suaves, comprobando la reconstrucción, la conservación de la norma y la precisión obtenida al variar el número de nodos.
- Construcción del solucionador modal. La transformada se utilizará para representar espectralmente el operador radial del problema modal. Para cada familia azimutal se construirá el problema matricial correspondiente y se calcularán los primeros modos mediante una rutina estándar de autovalores. Esa rutina se considerará una herramienta auxiliar: el núcleo del trabajo será la discretización de Hankel, el tratamiento del perfil de índice de refracción y la conservación de la estructura autoadjunta del problema. Se estudiará primero una fibra de índice escalón y posteriormente una fibra de índice gradual.
- Validación y comparación. Los resultados de la fibra de índice escalón se contrastarán con relaciones semianálíticas conocidas. Este caso permitirá estudiar también la pérdida de precisión causada por la discontinuidad del perfil de índice. Como referencia convencional se implementará una discretización radial de segundo orden por diferencias finitas, con un tratamiento coherente del origen y del borde artificial. Ambos métodos se compararán mediante el error en los índices efectivos y en los perfiles modales, los residuos, la ortogonalidad, la sensibilidad al radio de truncamiento, el tiempo de cálculo y la memoria. La fibra de índice gradual permitirá determinar si la mayor suavidad del perfil favorece la convergencia de la aproximación espectral.

Tipología: Trabajos experimentales, de toma de datos de campo o de laboratorio.

Objetivos planteados:

- Formular el problema modal radial de una fibra axisimétrica bajo la aproximación de guiado débil y establecer sus condiciones de regularidad y truncamiento.
- Implementar una transformada numérica de Hankel basada en ceros de funciones de Bessel y verificar su inversión, normalización, ortogonalidad y precisión.
- Construir con la transformada una discretización espectral del problema modal y calcular los primeros modos de fibras de índice escalón e índice gradual.
- Implementar un método radial de diferencias finitas como referencia y validar ambos procedimientos mediante casos conocidos y estudios de convergencia.
- Comparar precisión, coste, memoria y sensibilidad a los parámetros de discretización, y establecer las ventajas, limitaciones y condiciones de aplicabilidad de la transformada numérica de Hankel.

Bibliografía básica:

- A. W. Snyder y J. D. Love, Optical Waveguide Theory, Chapman and Hall, 1983.
- K. Okamoto, Fundamentals of Optical Waveguides, 2.ª ed., Academic Press, 2006.
- D. Gloge, "Weakly Guiding Fibers", Applied Optics, vol. 10, n.º 10, pp. 2252--2258, 1971.
- M. Guizar-Sicairos y J. C. Gutiérrez-Vega, "Computation of Quasi-Discrete Hankel Transforms of Integer Order for Propagating Optical Wave Fields", Journal of the Optical Society of America A, vol. 21, n.º 1, pp. 53--58, 2004.
- N. Baddour y U. Chouinard, "Theory and Operational Rules for the Discrete Hankel Transform", Journal of the Optical Society of America A, vol. 32, n.º 4, pp. 611--622, 2015.
- M. Steinke, "Full-Vectorial Fiber Mode Solver Based on a Discrete Hankel Transform", Photonics, vol. 8, n.º 10, art. 439, 2021.

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: RAFAEL JOSÉ YÁÑEZ GARCÍA

Ámbito de conocimiento/Departamento: MATEMÁTICA APLICADA

Correo electrónico: ryanez@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos:

Correo electrónico: