UNIVERSIDAD DE GRANADA

FACULTAD DE CIENCIAS

Propuesta TFG. Curso 2026/2027

GRADO: Grado en Matemáticas

CÓDIGO DEL TFG: 270-046-2026/2027

1. DATOS BÁSICOS DEL TFG:

Título: Machine Learning y Regularización: Fundamentación Matemática Avanzada

Descripción general (resumen y metodología):

El éxito empírico de los modelos de Machine Learning radica en su capacidad para generalizar correctamente. Desde el rigor del Análisis Matemático, este fenómeno se controla mediante técnicas de regularización que estabilizan problemas inversos mal planteados en espacios de dimensión infinita. El objetivo de este TFG es estudiar los cimientos puramente matemáticos que justifican estas técnicas, distanciándose del enfoque puramente algorítmico e informático, para enmarcar el análisis en el Análisis Funcional, la Teoría de Operadores y la Estadística en Altas Dimensiones.

La metodología del trabajo constará de las siguientes fases:

1. Marco Teórico y Procesos Empíricos: Introducción a las cotas de generalización no asintóticas mediante desigualdades de concentración de la medida (como la Desigualdad de McDiarmid) y medidas de complejidad geométrica funcional (Complejidad de Rademacher y Entropía Métrica a través de la Integral de Dudley).
2. Análisis Funcional y RKHS (Regularización L2): Estudio del Teorema de Mercer y demostración del Teorema del Representante en Espacios de Hilbert de Núcleo Reproductor (RKHS) para comprender analíticamente la restricción de espacios paramétricos continuos.
3. Espacios de Banach y Regularización L1: Contraste topológico evaluando la regularización L1 y su propiedad de inducir dispersión funcional (sparsity) mediante el cálculo del subdiferencial, operadores proximales y Espacios de Banach de Núcleo Reproductor (RKBS).
4. Problemas Inversos y Estabilidad: Formulación del aprendizaje estadístico poblacional como la estabilización de un problema inverso lineal mal planteado en el sentido de Hadamard, analizando la estabilidad algorítmica y reglas de parada como el Principio de discrepancia de Morozov.
5. Ilustración Computacional y Validación Numérica: Implementación en entornos de programación (como Python) de simulaciones algorítmicas básicas orientadas a contrastar empíricamente los resultados teóricos analizados. Esta fase práctica servirá para ilustrar el comportamiento de las técnicas de regularización estudiadas y observar de manera cualitativa cómo afectan a la resolución de los modelos de Machine Learning

Tipología: Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática del Grado.

Objetivos planteados:

- Comprender la formulación del aprendizaje estadístico como la resolución y estabilización de un problema inverso mal planteado.
- Estudiar y demostrar rigurosamente el impacto geométrico y topológico de las penalizaciones L1 y L2 contrastando la teoría en Espacios de Banach frente a Espacios de Hilbert.
- Analizar la relación analítica entre la complejidad estocástica de las clases de funciones y las cotas probabilísticas de convergencia del riesgo empírico.
- Desarrollar simulaciones computacionales básicas que complementen el marco teórico, permitiendo visualizar y verificar empíricamente el comportamiento práctico de las regularizaciones y teoremas analizados

Bibliografía básica:

- Cucker, F., & Zhou, D. X. (2007). Learning Theory: An Approximation Theory Viewpoint. Cambridge University Press.

● Engl, H. W., Hanke, M., & Neubauer, A. (1996). Regularization of Inverse Problems. Kluwer Academic Publishers.
● Mohri, M., Rostamizadeh, A., & Talwalkar, A. (2018). Foundations of Machine Learning (2nd ed.). The MIT Press.
● Steinwart, I., & Christmann, A. (2008). Support Vector Machines. Springer.
● Wainwright, M. J. (2019). High-Dimensional Statistics: A Non-Asymptotic Viewpoint. Cambridge University Press.

Recomendaciones y orientaciones para el estudiante:

Se requiere que el alumno haya cursado las asignaturas de Análisis Matemático, Probabilidad e Inferencia Estadística. Es altamente recomendable tener nociones previas de Análisis Funcional y Topología.

Plazas: 1

2. DATOS DEL TUTOR/A:

Nombre y apellidos: JULIÁN LUENGO MARTÍN

Ámbito de conocimiento/Departamento: CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN E INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Correo electrónico: julianlm@ugr.es

3. COTUTOR/A DE LA UGR (en su caso):

Nombre y apellidos:

Ámbito de conocimiento/Departamento:

Correo electrónico:

4. COTUTOR/A EXTERNO/A (en su caso):

Nombre y apellidos:

Correo electrónico:

Nombre de la empresa o institución:

Dirección postal:

Puesto del tutor en la empresa o institución:

Centro de convenio Externo:

5. DATOS DEL ESTUDIANTE:

Nombre y apellidos: NICOLAS HERVAS ROSALES

Correo electrónico: nicohervas@correo.ugr.es